

Άσκηση 4.4 - Βιβλίο Λοκιά - σελ. 137

Ένας πληθυσμός αποτελείται από 3 τιμές: 4, 5, 6

Να βρεθεί ο βαθμ. επιρρο. του διαστ. επιρρο.

(L, U) για τη θέση τιμή μ , όπου

$$L = \bar{X} - \frac{1}{2}\sigma_{\bar{X}}^2 \quad \text{και} \quad U = \bar{X} + \frac{1}{2}\sigma_{\bar{X}}^2 \quad \text{και}$$

\bar{X} : η θέση τιμή του δείγματος με επανάληψη μεγέθους $n=2$

Λύση

Έχουμε $X = 4, 5, 6$ όπου

$$P(X=x) = \frac{1}{3}$$

$$\mu = E(X) = \frac{1}{3} \cdot 4 + \frac{1}{3} \cdot 5 + \frac{1}{3} \cdot 6 = \frac{15}{3} = 5$$

$$E(X^2) = \frac{1}{3} \cdot 16 + \frac{1}{3} \cdot 25 + \frac{1}{3} \cdot 36 = \frac{77}{3}$$

$$\sigma^2 = \text{Var}(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = \frac{77}{3} - 25 = \frac{77}{3} - \frac{75}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma^2}{n} = \frac{1}{n} \cdot \text{Var}(X) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

παιρνω όλα τα δυνατά δείγματα:

	(L, U)	το $\mu=5$ ανήκει στο διαστ. επιρρ.;
(4, 4)	(3.84, 4.16)	OXI
(4, 5)	(4.34, 4.66)	OXI
(4, 6)	(4.84, 5.16)	NAI
(5, 4)	(4.34, 4.66)	OXI
(5, 5)	(4.84, 5.16)	NAI
(5, 6)	(5.34, 5.66)	OXI
(6, 4)	(4.84, 5.16)	NAI
(6, 5)	(5.34, 5.66)	OXI
(6, 6)	(5.84, 6.16)	OXI

Ο βαθμός επιρρο. ισούται με $1-\alpha$.

Το $\mu=5$ ανήκει στα 3 από τα 9

διαστήματα επιρρο. άρα για τον

βαθμό επιρρο. ισχύει:

$$\beta.ε. = 1-\alpha = (1-\alpha) \cdot 100\% = \frac{3}{9} \cdot 100\% = 0,333\%$$